Les lois de comportement :

Pour prévoir ce qu'il va se passer, il faut :

- écrire les lois qui régissent la nature auxquels nos systèmes seront soumis (voir l'article sur les principes)
- écrire les lois de comportement des matériaux qui composent les mécanismes (ou des fluides). C'est l'objet de cet article.
- bien comprendre se qui se passe dans la réalité et écrire des équations qui sont donc le plus proche possible de cette réalité, c'est la modélisation mais c'est aussi vrai dans les deux points précédents.

Les solides indéformables :

Dans un premier temps, souvent, on étudie le problème en considérant les pièces comme des solides indéformables. Cela simplifie les calculs et permet de trouver les efforts aux liaisons par exemple.

Ceci n'est jamais vraiment exacte, mais c'est néanmoins souvent très proche de la réalité. Quelques soient les efforts, les vitesses, on considère que les pièces bougent mais se déforment pas.

Les Ressorts :

Les ressorts ne peuvent pas être considérés comme indéformables, leur fonction est de se déformer et de transmettre un effort. On utilise donc cette loi de comportement pour les ressorts qui relie la déformation à l'effort qui en découle.

Pour un ressort linéaire, cette loi est :

$F_{Ressort} = k (L_0 - L)$

avec :

- k : la raideur du ressort qui dépend du matériau et des dimensions du ressort
- L_0 : la longueur à vide du ressort
- L : la longueur du ressort dans la position considérée.

La loi de Hooke :

Les matériaux se déforment lorsqu'ils sont soumis aux efforts. Certains sont plus raides que d'autres. Certains sont plus cassants ... Chaque matériau a ses limites qu'il faudra identifier. La question est : "peut on écrire une loi de comportement qui représente tous les matériaux ?" C'est l'objectif de la loi de hooke.

Attention, les matériaux ont grosso modo tous 2 phases de comportement sous l'effort :

- La phase élastique : ils se comportent comme un élastique , leur déformation est proportionnelle à l'effort (relation linéaire : ça se décrit par une droite passant par l'origine) et lorsque l'on arrète l'effort, le matériau revien à sa position initiale.
- La phase plastique : il n'y a plus de comportement linéaire déformation-effort. C'est en approchant du point de rupture du matériau.

On utilisera les matériaux dans leur phase élastique (presque toujours) et la loi devra représenter cela (tant mieux, c'est plus simple).

Pour le cas le plus simple d'une traction ou d'un compression sur une barre en matériau isotrope (même comportement dans toutes les directions), la loi de Hooke est donc :

$\sigma = E \times \varepsilon$

Avec :

- σ (sigma): la contrainte en N/m^2 : c'est en fait l'effort subit en interne par le matériau mais ramené à l'unité de surface pour pouvoir généraliser
- E : la raideur du matériau : le module de Young en Pa ou N/m^2
- ε (epsilon): le tau de déformation, d'allongement par rapport à la valeur initiale (sans unité). $\varepsilon = (L_0 - L)/L_0$

Bon, mais ce serait trop simple !!!

Loi de Hooke généralisée :

Lorsque l'on tire sur une barre, elle s'allonge et c'est ce qui est décrit juste au dessus par la loi de Hooke, mais sa section diminue aussi. Alors, si on laisse cette section diminuer librement (aucune contraite "radiale" ou latérale) on utilisera bien la loi écrite dessus, mais dans les cas contraires, la loi est plus compliquée.

La diminution de la dimension "latérale" par rapport à l'allongement "axial" est ce que l'on appelle le coefficient de poisson "v". Il dépend des matériaux.

$\varepsilon_x = (1/E) \times [\sigma_x - v\ (\sigma_y + \sigma_z)]$

C'est souvent plutôt écrit avec les notations suivantes car on utilisera les présentations mathématiques matricielles.

$\varepsilon_{11} = (1/E) \times [\sigma_{11} - v\ (\sigma_{22}+\sigma_{33})]$

L'allongement ε est proportionnel à la contrainte du même axe diminuée des résistances latérales où intervient le coefficient de poisson. On retrouve l'équation de Hooke non généralisée lorsque $\sigma_{22}+\sigma_{33}$ sont nulles car les bords laissés libres.

Cette équation est donc vrai pour les directions x, y ou z si le matériau est isotrope.

Ceci s'ajoute à la relation :

$\varepsilon_{\text{latérale}} = (1 + v) / E \times \sigma_{\text{latérale}}$

$\varepsilon_{12} = (1 + v) / E \times \sigma_{12}$

Comme il a été dit, cela vaut pour un matériau isotrope (comportement identique quelque soit la direction) comme les métaux, les plastiques... mais pas pour les composites tels que les fibres de carbones.

Les gaz "parfaits" :

Le comportement des gaz peut lui aussi être décrit des relations mathématiques.

Loi de Mariotte :

Dans le cas d'un volume de gaz à température constante, il y a donc un échange de chaleur possible entre le volume de gaz et le milieu extérieur, alors, il existe une relation entre la pression et le volume occupé tel que :

$P \times V = \text{Constante}$

Il faut que l'échange de chaleur ai bien lieu.

Equation des gaz parfaits :

Maintenant, dans le cas où la température ne reste pas constante :

$P \times V = m \times r \times T$

avec :

- P : la pression en N/m^2
- V : le volume en m^3
- m : la masse en Kg
- r : c'est une constante qui dépend des gaz. Elle s'exprime en $J/Kg \times °K$

Gaz	H	2	N

r(J/Kg×°K)	4130	297	260

- T la température en degré Kelvin (soit 273° de plus que le degré celcius)